5. 社会的厚生（前半）

1. 余剰分析

消費者余剰

(CS ; consumer's surplus)

消費者が取り引き(買い物)によって得る利益
= お買い得感

効用最大化問題

$$\boxed{\max_{x,m} u(x)+m \quad \text{s.t. } px+m \leq M}$$

$u(x)$ 消費 x から得る効用の貨幣額

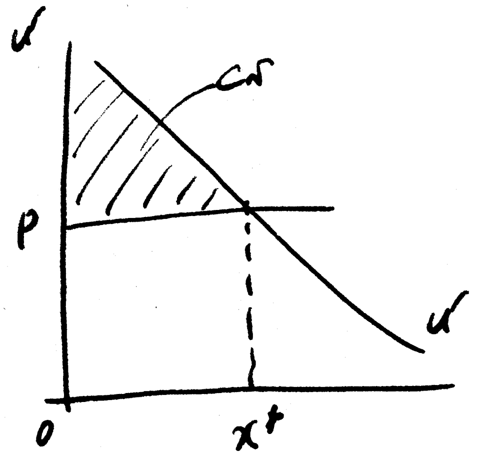
支払意思額，支払許容額

(それだけの金額を財 x 単位に支払う意思がある。)

支払用意などと呼ばれる場合もある。Willingness to pay

$u'(x)$ 限界効用(貨幣額)(1単位あたり)

限界支払用意



価格が p のとき，

$u'(x^*)=p$

となる水準 x^* が選択される。

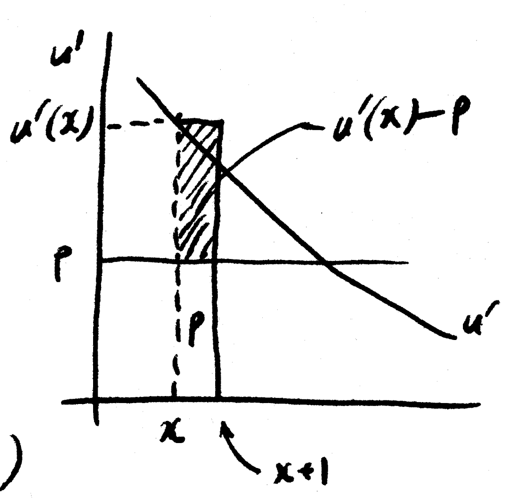
このとき

$$\boxed{\begin{aligned} CS &= u(x^*)-u(0)-px^* \\ &= \text{図の斜線部分の面積} \end{aligned}}$$

となることを説明する。

貨幣的効用関数を前提とすると、
消費からの効用を金銭単位で測ることができる。

⟹ 取引から得る利益も 〃 〃



財を x 単位消費しているとする。ここで

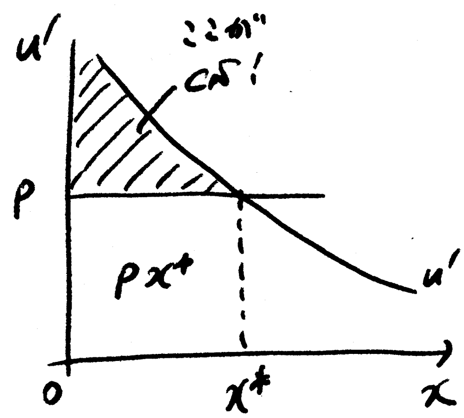
$$u'(x) > p$$

なら、もう一単位余分に購入し、

$u'(x) - p$ （限界支払意思額 − 実際の限界的支払い）

だけの消費者余剰を追加的に得ることができる。

価格 p が市場で与えられたとして、消費者は
$u'(x^*) = p$ となるように消費量を決めるのだった。
（購入量）



この買い物で、消費者は、
どれだけの CS (consumer's surplus)
を得るか？

微小量購入するたびに得てきた追加的な
CS を $x=0$ から x^* まで
集計して

$$CS = \int_0^{x^*} \left(u'(x) - p\right) dx$$

$$= \underline{u(x^*) - u(0) - px^*}$$

である。

もう少し詳しくみると

$$CS = \int_0^{x^*} \left(u'(x) - p\right) dx$$

pはxと無関係な定数

$$= \int_0^{x^*} u'(x)\,dx - \int_0^{x^*} p\,dx$$

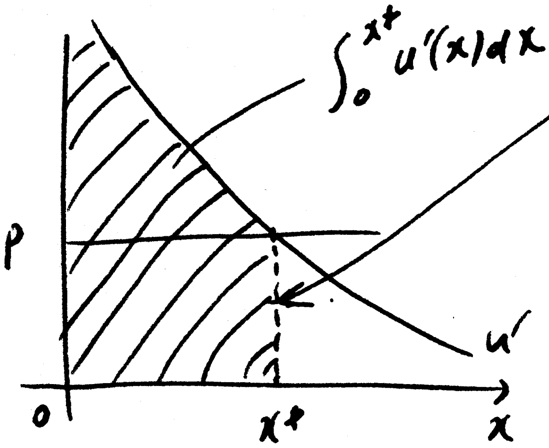
uはu'の原始関数.

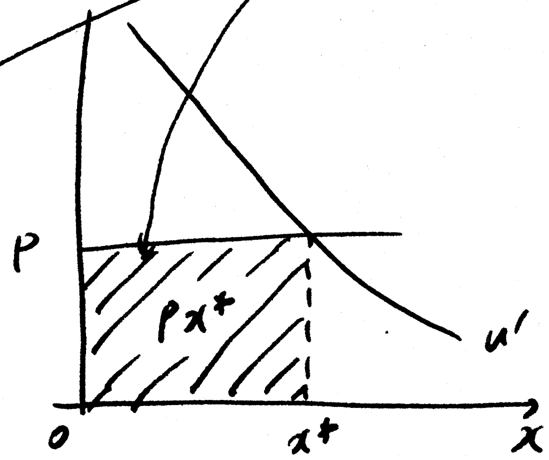
$$= \Big[u(x)\Big]_0^{x^*} - \Big[px\Big]_0^{x^*}$$

$$= \Big[u(x^*) - u(0)\Big] - \Big[px^* - p\cdot 0\Big]$$

$$= u(x^*) - u(0) - px^*$$

両者の差がCS





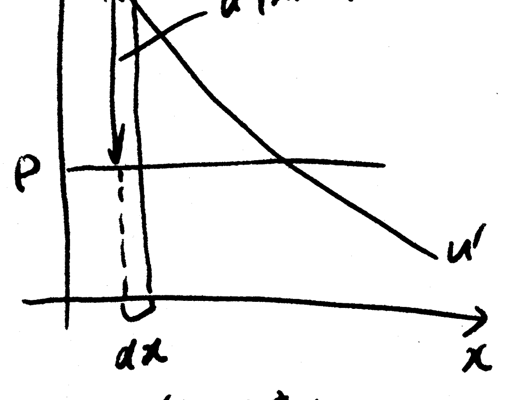
・積分記号の意味

$$\int_0^{x^*} \underbrace{\left(u'(x) - p\right)}_{タテ} \times \underbrace{dx}_{ヨコ}$$

それを0からx^*まで足せ!

Sum

$\int_0^{x^*}$ Sが変形した記号



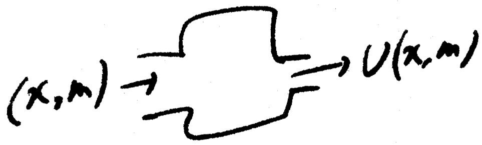
xの微小な変化

$$CS = u(x^*) - u(0) - px^*$$

となることの別説明

効用最大化問題

$$\boxed{\begin{aligned} &\max\ u(x) + m \\ &\text{s.t.}\ px + m \leq M \end{aligned}}$$



Uは、
2変数関数。
xとmの2つ変数の値が決まると、それに応じて$U(x,m)$の値が決まる

において目的関数を

$$U(x, m) = u(x) + m$$

とおく。

- (x^*だけ)買い物をする前の状態での効用

$$U(0, M) = u(0) + M$$

財の消費量0、貨幣保有M(所得全部)

- (x^*だけ)買い物をした後の状態での効用

$$U(x^*, M - px^*) = u(x^*) + M - px^*$$

財の消費量x^*、支払いpx^*、
貨幣保有$M - px^*$

よって買い物によるこの消費者の効用の増分(CS)は、

$$\begin{aligned} &U(x^*, M - px^*) - U(0, M) \\ &= u(x^*) - u(0) - px^* \end{aligned}$$

※これは貨幣価値で測られている。

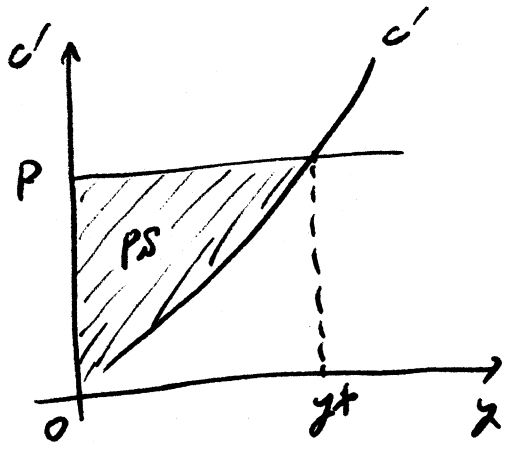
生産者余剰

(PS ; producer's surplus)

利潤最大化問題

$$\max_{y} \pi(y) = py - c(y)$$

$c(y)$ 費用関数



価格が p のとき、

$p = c'(y^*)$

$(= MC(y^*))$

となる生産水準 y^* が

選択される。

このとき、

$$PS = \pi(y^*) - \pi(0) = \pi(y^*) + FC$$

= 図の斜線部分の面積

となることを説明する。

- $c(0) = 0$ のとき

  $\pi(0) = p \cdot 0 - c(0) = 0$ なので

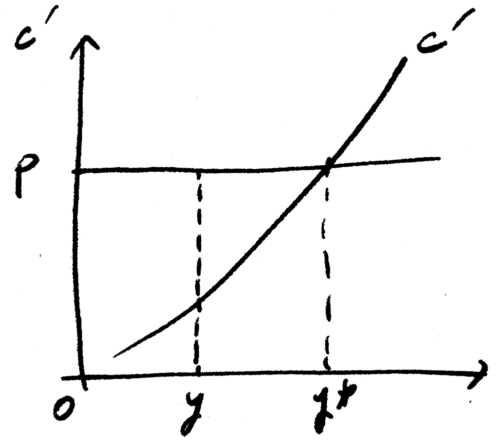
  $PS = \pi(y^*)$ となる。

- $c(0) = FC\ (>0)$ のとき　(FC : 固定費用)

  $\pi(0) = -FC\ (<0)$ なので

  $PS = \pi(y^*) + FC$ となる。

CSのときと同様



財をyだけ生産しているとする。ここで

$$p > c'(y) \ (= MC(y))$$

なら、もう一単位余分に生産し

$$p - c'(y) \quad (限界収入 − 限界コスト)$$

だけの生産者余剰を追加的に得ることができる。

$p = MC(y^*)$となる水準y^*まで生産することで

この生産者はどれだけPSを得るか？

微小量生産するたびに得てきた追加的PSを

$y=0$からy^*まで集計して

$$PS = \int_0^{y^*} \left(p - c'(y)\right) dy$$

$$= py^* - \left[c(y^*) - c(0)\right]$$

$$= \left[py^* - c(y^*)\right] - \left[p \cdot 0 - c(0)\right]$$

$$= \underline{\pi(y^*) - \pi(0)}$$

$$= \underline{\pi(y^*) + FC} \quad である。$$

もう少し詳しくみると

$$PS = \int_0^{y^*} (p - c'(y))\,dy$$

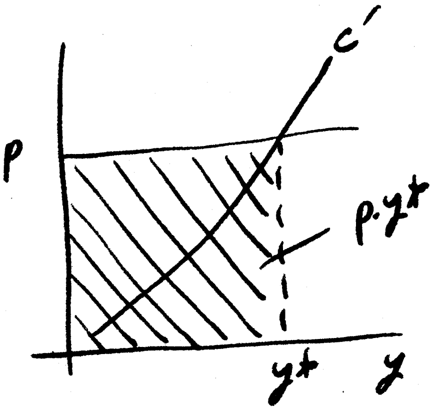
$$= \int_0^{y^*} p\,dy - \int_0^{y^*} c'(y)\,dy$$

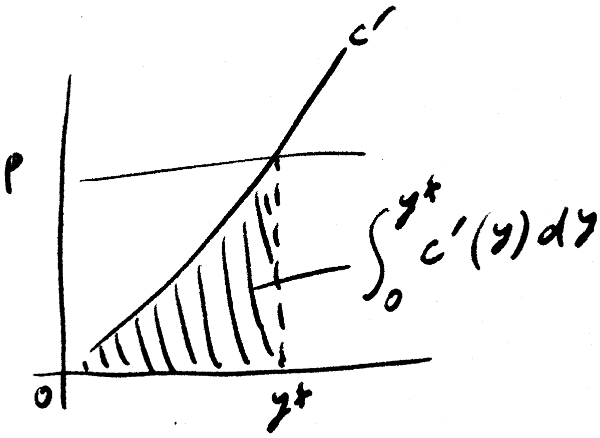
$$= \Big[py\Big]_0^{y^*} - \Big[c(y)\Big]_0^{y^*}$$

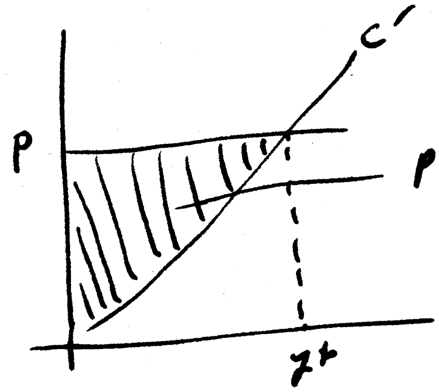
$$= py^* - \Big[c(y^*) - c(0)\Big]$$

$$= \Big[py^* - c(y^*)\Big] - \Big[p \cdot 0 - c(0)\Big]$$

$$= \pi(y^*) - \pi(0) = \pi(y^*) + FC$$







$py^* - \int_0^{y^*} c'(y)\,dy = PS$

この面積で表される。

(社会全体としての) CS = すべての CS の合計
〃 PS = 〃 PS の合計

社会的余剰 = CS + PS
(SS social surplus)

余剰分析に関する注

1. 一つの財の市場のみに注目し、他の財の価格は不変と仮定している。
〈部分均衡分析〉 ⟷ 一般均衡分析

2. 所得 M を不変と仮定しているわけではない。
$u(x) + m$ という効用関数の場合、M が変化しても消費者の最適な財の購入量 x^* は変わらないから。

$u(x) + m$
こちらに関しては比例的(線型)なので準線型効用関数とよばれる。

3. 政府の存在を考慮する場合は、
SS = CS + PS + 政府の税収
とする。

○ 余剰分析の例：従量税の効果

$P_s = P$ 生産者の受け取り価格

$P_d = P + t$ 消費者の支払い価格

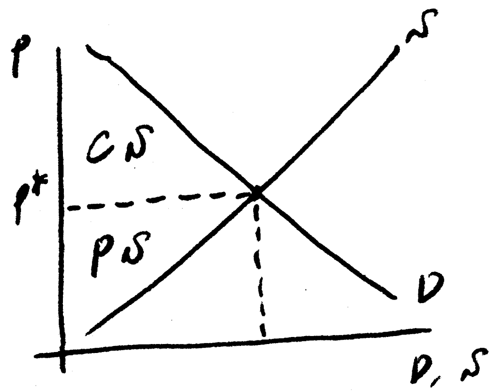
（t：税率）

$D = D(P_d)$ 需要

$S = S(P_s)$ 供給

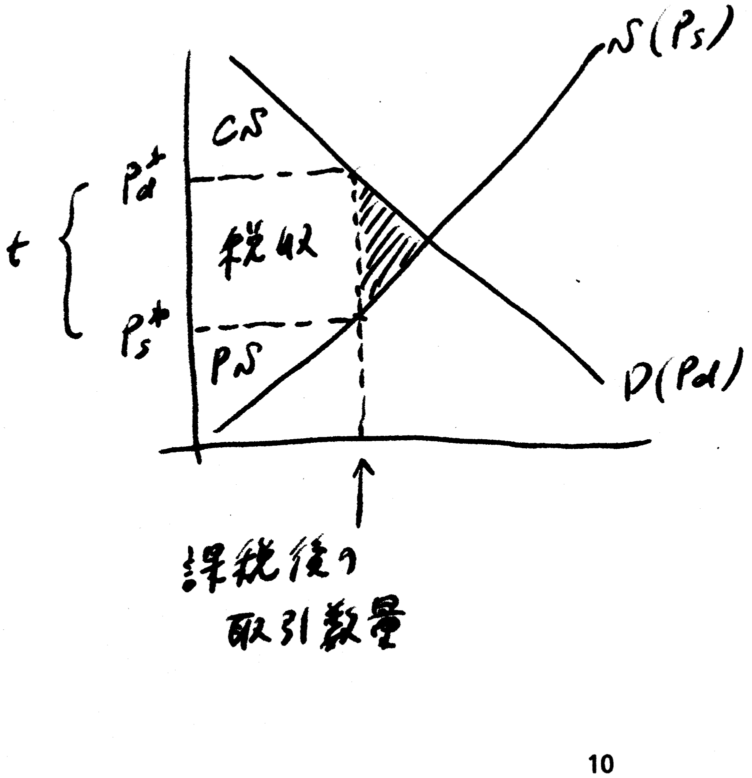
$D = S$ 市場均衡

・課税前



$SS = CS + PS$

・課税後（経済主体として政府も加わる。）



$SS = CS + PS +$ 税収

▨の部分は、
課税による余剰の損失。
死荷重（しかじゅう）という。
（deadweight loss
DWL）

コア・ミクロA　第5章（前半）

練習問題

1．生産者余剰は、$\pi(y^*) + FC$であり、それは価格を表す水平線とMC曲線で囲まれた領域の面積となることを数式を用いて確認せよ。ここで、y^*は生産者の最適生産量、$\pi(y^*)$はそのときの利潤、FCは固定費用を表す。

2．ある財の市場（競争市場とする）の需要曲線と供給曲線はそれぞれ

$$D(p) = -p + 330$$
$$S(p) = 2p$$

で示される。
（1）均衡（における価格と取引数量）を求めよ。
（2）消費者余剰（CS）、生産者余剰（PS）、社会的余剰（SS）を、図示するとともにそれぞれの値を求めよ。

この財に1単位あたり30円の従量税が課されるとする。
（3）新しい均衡における消費者の支払価格、生産者の受取価格、取引数量は、それぞれどうなるか？
（4）新しい均衡における消費者余剰、生産者余剰、政府の税収、社会的余剰、死荷重（DWL）を、図示するとともにそれぞれの値を求めよ。